Calcul et fonctions de référence

Intervalles, puissances, identités remarquables, équations, signes et fonctions de référence

Ensembles et intervalles

2de

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. $\frac{1}{3}$ est rationnel mais pas décimal ; $\sqrt{2}$ et π sont irrationnels.

Intervalle	Inégalités
$[a;b]$	$a \leqslant x \leqslant b$
$]a;b[$	$a < x < b$
$[a;+\infty[$	$x \geqslant a$
$]-\infty;b[$	$x < b$

Valeur absolue : $|x-a|$ est la distance entre x et a ; $|x-a| \leqslant r \iff x \in [a-r;a+r]$.

Puissances et racines

2de

Pour a, b non nuls et m, n entiers relatifs :

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$; $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$; $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.
- Pour a, b positifs : $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$ et $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($b > 0$) ; $\sqrt{a^2} = |a|$ pour tout réel a.

Exemple : $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$.

Attention : $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$; $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$.

Identités remarquables

2de

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $\quad$ $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $\quad$ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Factoriser : chercher un facteur commun, ou reconnaître une identité. $x^2 - 9 = (x-3)(x+3)$; $x^2 + 6x + 9 = (x+3)^2$.

Équations et inéquations

2de

- Multiplier ou diviser les deux membres d'une inéquation par un nombre **négatif** change le sens.
- Produit nul : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$.
- Quotient nul : $\frac{A}{B} = 0 \iff A = 0$ et $B \neq 0$ (chercher d'abord les valeurs interdites).
- $x^2 = a$: deux solutions $\pm\sqrt{a}$ si $a > 0$, une solution 0 si $a = 0$, aucune si $a < 0$.

Signe et tableaux de signes

2de

$ax + b$ ($a \neq 0$) s'annule en $-\frac{b}{a}$ et a le signe de a à droite de ce nombre.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		signe de $-a$	0	signe de a	

Signe d'un produit ou d'un quotient : un tableau avec une ligne par facteur, puis la règle des signes colonne par colonne.

Fonctions affines

2de

$f(x) = mx + p$: une droite de coefficient directeur $m = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ et d'ordonnée à l'origine $p = f(0)$.

Croissante si $m > 0$, décroissante si $m < 0$, constante si $m = 0$. Exemple : la droite qui passe par $A(1;3)$ et $B(3;7)$ a pour équation $y = 2x + 1$.

Fonctions de référence

2de

Fonction	Définie sur	Variations	Courbe
$x \mapsto x^2$	$\mathbb{R}$	décroissante sur $]-\infty;0]$, croissante sur $[0;+\infty[$	parabole, minimum 0 en 0
$x \mapsto \frac{1}{x}$	$\mathbb{R}^*$	décroissante sur $]-\infty;0[$ et sur $]0;+\infty[$	hyperbole
$x \mapsto \sqrt{x}$	$[0;+\infty[$	croissante	demi-parabole couchée
$x \mapsto x^3$	$\mathbb{R}$	croissante	courbe en S, symétrique par rapport à O
$x \mapsto \lvert x \rvert$	$\mathbb{R}$	décroissante sur $]-\infty;0]$, croissante sur $[0;+\infty[$	deux demi-droites, minimum 0 en 0

Positions : pour $0 < x < 1$, $x^3 < x^2 < x < \sqrt{x}$; pour $x > 1$, $\sqrt{x} < x < x^2 < x^3$.

Attention : $x^2 = 9$ a deux solutions (3 et -3), $x^3 = 8$ n'en a qu'une (2).