Proportionnalité et pourcentages

Tableaux, quatrième proportionnelle, pourcentages, vitesses et échelles

Reconnaître la proportionnalité

6e 5e 4e 3e

Deux grandeurs sont proportionnelles si l'on passe de l'une à l'autre en multipliant **toujours par le même nombre**.

Masse de pommes (kg)	2	3	5
Prix (€)	5	7,5	12,5

Ici, on multiplie toujours par $2{,}5$: c'est le **coefficient de proportionnalité** (dès la 5e), le prix d'un kilo.

Graphique (dès la 5e) : proportionnalité si et seulement si les points sont alignés **avec l'origine** du repère.

Calculer une valeur manquante

6e 5e 4e 3e

- **Additionner deux colonnes** : 2 kg et 3 kg coûtent 5 € et 7,5 €, donc 5 kg coûtent 12,5 €.
- **Multiplier une colonne** : 3 kg coûtent 7,5 €, donc 6 kg coûtent 15 €.
- **Retour à l'unité** : 3 kg coûtent 7,5 €, donc 1 kg coûte 2,5 €, puis 8 kg coûtent 20 €.
- **Coefficient** (dès la 5e) : prix $=$ masse $\times 2{,}5$.
- **Produit en croix** (dès la 4e) : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ équivaut à $a \times d = b \times c$. Si 4 cahiers coûtent 6 €, 10 cahiers coûtent $\frac{10 \times 6}{4} = 15$ €.

Pourcentages

6e 5e 4e 3e

$t\,\%$ d'une quantité, c'est $\frac{t}{100}$ de cette quantité : $15\,\%$ de 80 €, c'est $\frac{15}{100} \times 80 = 12$ €.

$10\,\%$	$25\,\%$	$50\,\%$	$75\,\%$	$100\,\%$
diviser par 10	diviser par 4	diviser par 2	les trois quarts	le tout

Proportion (dès la 5e) : $\frac{\text{partie}}{\text{total}}$, écrite sur 100. 6 élèves sur 24 : $\frac{6}{24} = \frac{25}{100}$, soit $25\,\%$.

Augmentations et réductions

5e 4e 3e

Dès la 5e : on calcule le montant, puis on l'ajoute ou on le retire. Un article à 40 € soldé à $-25\,\%$: réduction de 10 €, nouveau prix 30 €.

En 3e, avec le **coefficient multiplicateur** :

Évolution	On multiplie par	Exemple
hausse de $t\,\%$	$1 + \frac{t}{100}$	$+20\,\% : \times 1{,}2$
baisse de $t\,\%$	$1 - \frac{t}{100}$	$-30\,\% : \times 0{,}7$

Évolutions en 3e

3e

- Taux d'évolution : $\frac{V_{\text{arrivée}} - V_{\text{départ}}}{V_{\text{départ}}} \times 100$. De 50 à 60 : $+20\,\%$.
- Valeur de départ : on **divise** par le coefficient. Après $+20\,\%$, le prix est 60 € ; avant, il était de $60 \div 1{,}2 = 50$ €.
- Évolutions successives : on **multiplie** les coefficients. $+10\,\%$ puis $-10\,\% : 1{,}1 \times 0{,}9 = 0{,}99$, soit $-1\,\%$.

> **Attention :** Une hausse puis une baisse du même pourcentage ne s'annulent pas.

Échelles

6e 5e 4e 3e

Échelle $\frac{1}{n}$: 1 cm sur le plan représente n cm en réalité.

Échelle $=$ longueur sur le plan $\div$ longueur réelle, **dans la même unité**. Sur une carte au $\frac{1}{25\,000}$, 4 cm représentent 100 000 cm, soit 1 km.

Vitesse

4e 3e

La distance parcourue à vitesse constante est proportionnelle à la durée : $d = v \times t$, $v = \frac{d}{t}$, $t = \frac{d}{v}$.

À 80 km/h, on parcourt 120 km en 1,5 h, soit 1 h 30 min.