Puissances et racines carrées

Puissances de 10, notation scientifique, préfixes et racines carrées

Puissances d'un nombre

4e 3e

$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ facteurs}}$, avec $a^1 = a$ et $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$).

Exemples : $2^5 = 32$; $(-2)^3 = -8$; $0{,}1^2 = 0{,}01$.

> **Attention :** $(-3)^2 = 9$ mais $-3^2 = -9$: sans parenthèses, la puissance ne porte que sur 3.

Puissances de 10

4e 3e

$10^n = 10\underbrace{\ldots 0}_{n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = \dfrac{1}{10^n} = 0{,}\underbrace{0\ldots 0}_{n-1}1$.

10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^0	10^1	10^2	10^3	10^6
0,001	0,01	0,1	1	10	100	1 000	1 000 000

Multiplier par 10^n décale la virgule de n rangs vers la droite ; par 10^{-n}, de n rangs vers la gauche.

Règles de calcul

4e 3e

Pour tous entiers relatifs m et n :

Règle	Exemple
$10^m \times 10^n = 10^{m+n}$	$10^5 \times 10^{-2} = 10^3$
$\dfrac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$	$\dfrac{10^2}{10^6} = 10^{-4}$
$(10^m)^n = 10^{m \times n}$	$(10^3)^2 = 10^6$

Ces règles valent aussi pour les puissances d'un même nombre a : $2^3 \times 2^4 = 2^7$.

> **Attention :** $10^{-3} = 0{,}001$, ce n'est pas un nombre négatif. Et $10^2 + 10^3 = 1\,100$: pas de règle pour la somme.

Notation scientifique

4e 3e

Un nombre positif s'écrit $a \times 10^n$ avec $1 \leqslant a < 10$ et n entier relatif.

- $45\,000 = 4{,}5 \times 10^4$
- $0{,}000\,72 = 7{,}2 \times 10^{-4}$
- $12 \times 10^5 = 1{,}2 \times 10^6$ (le premier n'est pas en notation scientifique)

Produit : $(3 \times 10^4) \times (2 \times 10^{-7}) = 6 \times 10^{-3}$.

Préfixes des unités

4e 3e

Préfixe	Symbole	Puissance	Valeur
giga	G	10^9	1 000 000 000
méga	M	10^6	1 000 000
kilo	k	10^3	1 000
hecto	h	10^2	100
déca	da	10^1	10
unité	—	10^0	1
déci	d	10^{-1}	0,1
centi	c	10^{-2}	0,01
milli	m	10^{-3}	0,001
micro	µ	10^{-6}	$1e-06$
nano	n	10^{-9}	$1e-09$

Exemples : 1 km $= 10^3$ m ; 1 µm $= 10^{-6}$ m ; 1 Go $= 10^9$ octets.

Racine carrée

4e 3e

Pour $a \geqslant 0$, $\sqrt{a}$ est le nombre **positif** dont le carré vaut a : $(\sqrt{a})^2 = a$.

Carrés parfaits : $\sqrt{1} = 1$, $\sqrt{4} = 2$, $\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$, $\sqrt{25} = 5$, $\sqrt{36} = 6$, $\sqrt{49} = 7$, $\sqrt{64} = 8$, $\sqrt{81} = 9$, $\sqrt{100} = 10$, $\sqrt{144} = 12$.

Valeurs approchées : $\sqrt{2} \approx 1{,}414$; $\sqrt{3} \approx 1{,}732$; $\sqrt{5} \approx 2{,}236$.

Équation $x^2 = a$ (3e) : si $a > 0$, deux solutions $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$; si $a = 0$, une solution 0 ; si $a < 0$, aucune.

> **Attention :** $\sqrt{9+16} = 5$, alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} = 7$: la racine d'une somme n'est pas la somme des racines.