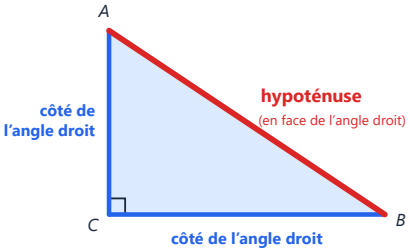
Pythagore, Thalès et trigonométrie

Les trois théorèmes du triangle, avec leurs réciproques

Le théorème de Pythagore

4e 3e



Triangle rectangle en C : l'hypoténuse est en face de l'angle droit

Si le triangle ABC est **rectangle en** C, alors $AB^2 = AC^2 + BC^2$. L'hypoténuse $[AB]$ est le côté opposé à l'angle droit, le plus long.

- Chercher l'hypoténuse : on additionne. $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$, donc $AB = \sqrt{25} = 5$.
- Chercher un côté de l'angle droit : on soustrait. $AC^2 = AB^2 - BC^2$.

Attention : $\sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, pas $3 + 4 = 7$.

Réciproque et contraposée

4e 3e

On calcule **séparément** le carré du plus grand côté et la somme des carrés des deux autres :

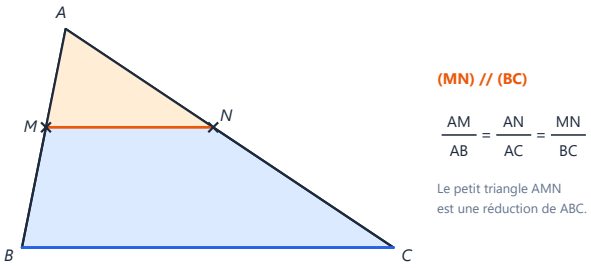
- s'ils sont égaux, le triangle est rectangle (réciproque) : $6^2 = 36$ et $4{,}8^2 + 3{,}6^2 = 36$, donc un triangle de côtés 6, $4{,}8$ et $3{,}6$ est rectangle ;
- s'ils sont différents, il n'est pas rectangle (contraposée).

Triplets à connaître : $(3; 4; 5)$, $(5; 12; 13)$, $(8; 15; 17)$.

Cercle (3e) : un triangle inscrit dans un cercle, dont un côté est un diamètre, est rectangle ; l'hypoténuse est ce diamètre.

Le théorème de Thalès

4e 3e



Triangles emboîtés : M sur [AB], N sur [AC], (MN) parallèle à (BC)

Si $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $(MN) \parallel (BC)$, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

En 3e, il s'applique aussi dans la configuration « papillon » (M et N de l'autre côté de A). On part toujours du sommet commun A ; le petit triangle en haut, le grand en bas.

Calculer une longueur : on garde deux rapports, puis on fait un produit en croix. Avec $AM = 3$, $AB = 5$ et $BC = 10$: $MN = \dfrac{3 \times 10}{5} = 6$.

Réciproque de Thalès

4e 3e

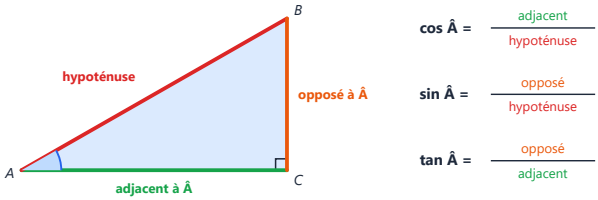
Si $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC}$ et si les points A, M, B et A, N, C sont dans le même ordre, alors $(MN) \parallel (BC)$.

Si les rapports sont différents, les droites ne sont pas parallèles (contraposée).

Droite des milieux : la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième, et le segment mesure la moitié de ce côté.

Cosinus, sinus, tangente

4e 3e



Côtés adjacent et opposé à l'angle A, et hypoténuse

Dans un triangle rectangle, pour un angle aigu $\widehat{A}$: le **cosinus** dès la 4e, le **sinus** et la **tangente** en 3e.

> **Astuce :** Moyen mnémotechnique : **SOH CAH TOA** (Sinus = Opposé / Hypoténuse, Cosinus = Adjacent / Hypoténuse, Tangente = Opposé / Adjacent).

Calculer avec la trigonométrie

4e 3e

- Une longueur : on choisit le rapport qui contient la longueur connue et la longueur cherchée. Hypoténuse 10 cm, $\widehat{A} = 60^\circ$: côté adjacent $= 10 \times \cos 60^\circ = 5$ cm.
- Un angle : on calcule le rapport, puis on utilise $\cos^{-1}$, $\sin^{-1}$ ou $\tan^{-1}$ (touches « Arccos », « Arcsin », « Arctan »).

> **Attention :** Calculatrice en **degrés**. Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont compris entre 0 et 1. Arrondir seulement à la fin.