Le second degré

Formes d'un trinôme, discriminant, racines, signe et parabole

Trois écritures d'un trinôme

1re

$f(x) = ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$.

Forme	Écriture	Ce qu'elle donne
développée	$ax^2 + bx + c$	l'image de 0 : $f(0) = c$
canonique	$a(x-\alpha)^2 + \beta$	le sommet $S(\alpha;\beta)$
factorisée	$a(x-x_1)(x-x_2)$	les racines x_1 et x_2

Avec $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

Exemple : $f(x) = 2x^2 - 8x + 6 = 2(x-2)^2 - 2 = 2(x-1)(x-3)$.

Parabole et variations

1re

La courbe est une **parabole** de sommet $S(\alpha;\beta)$ et d'axe de symétrie la droite d'équation $x = \alpha$.

	$a > 0$	$a < 0$
allure	tournée vers le haut	tournée vers le bas
variations	décroissante puis croissante	croissante puis décroissante
extremum	minimum β atteint en α	maximum β atteint en α

Discriminant et racines

1re

$\Delta = b^2 - 4ac$.

Signe de Δ	Racines de $ax^2 + bx + c = 0$	Factorisation
$\Delta > 0$	$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x-x_1)(x-x_2)$
$\Delta = 0$	une racine double $x_0 = -\dfrac{b}{2a}$	$a(x-x_0)^2$
$\Delta < 0$	aucune racine réelle	impossible

Exemple : $x^2 - 5x + 6 = 0$; $\Delta = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 6 = 1$, donc $x_1 = \dfrac{5-1}{2} = 2$ et $x_2 = \dfrac{5+1}{2} = 3$.

Signe du trinôme

1re

Le trinôme est du **signe de** a, sauf entre ses racines (quand il en a).

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$ax^2 + bx + c$		signe de a	0	signe de $-a$	0	signe de a	

Si $\Delta \leqslant 0$, le trinôme garde le signe de a partout (il s'annule en x_0 si $\Delta = 0$).

Somme et produit des racines

1re

Si le trinôme a deux racines x_1 et x_2 : $x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}$ et $x_1 \times x_2 = \dfrac{c}{a}$.

Racine évidente : si 1 est racine, l'autre vaut $\dfrac{c}{a}$. Pour $x^2 - 5x + 6$: $2 + 3 = 5$ et $2 \times 3 = 6$.

> **Attention :** Lire a, b, c avec leurs signes : dans $3 - x^2$, $a = -1$, $b = 0$, $c = 3$. Ne pas oublier a dans la factorisation.