Trigonométrie

Radians, cercle trigonométrique, valeurs remarquables, angles associés, sinus et cosinus

Radians

1re Tle

π rad $= 180^\circ$: un tour complet mesure 2π rad. Pour convertir, on utilise la proportionnalité : x rad $= \dfrac{180\,x}{\pi}$ degrés.

Degrés	0°	30°	45°	60°	90°	180°	360°
Radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

Cercle trigonométrique

1re Tle

Sur le cercle de centre O et de rayon 1, parcouru dans le sens direct, le réel x correspond au point $M(\cos x ; \sin x)$: $\cos x$ se lit sur l'axe des **abscisses**, $\sin x$ sur l'axe des **ordonnées**.

- $-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$ et $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$.
- $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- x et $x + 2k\pi$ (k entier) donnent le même point.

Valeurs remarquables

1re Tle

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

Angles associés

1re Tle

Angle	**Cosinus**	**Sinus**
$-x$	$\cos x$	$-\sin x$
$\pi - x$	$-\cos x$	$\sin x$
$\pi + x$	$-\cos x$	$-\sin x$
$\frac{\pi}{2} - x$	$\sin x$	$\cos x$

Exemple : $\cos\dfrac{2\pi}{3} = \cos\left(\pi - \dfrac{\pi}{3}\right) = -\cos\dfrac{\pi}{3} = -\dfrac{1}{2}$.

Équations

1re Tle

- $\cos x = \cos a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$ (k entier).
- $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$.

Sur un tour, il y a en général **deux** solutions : sur $]-\pi ; \pi]$, $\cos x = \dfrac{1}{2}$ donne $x = -\dfrac{\pi}{3}$ ou $x = \dfrac{\pi}{3}$.

> **Attention :** Calculatrice en mode **radians**.

Fonctions sinus et cosinus

Tle

- Définies sur $\mathbb{R}$, périodiques de période 2π.
- cos est **paire** (courbe symétrique par rapport à l'axe des ordonnées), sin est **impaire** (courbe symétrique par rapport à l'origine).
- $\cos' = -\sin$ et $\sin' = \cos$; $(\cos u)' = -u' \sin u$ et $(\sin u)' = u' \cos u$.
- Primitives : $\sin x$ pour $\cos x$, et $-\cos x$ pour $\sin x$.
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$.

Sur $[0 ; \pi]$, cos décroît de 1 à -1 ; sin croît de 0 à 1 sur $\left[0 ; \dfrac{\pi}{2}\right]$, puis décroît de 1 à 0.