Vecteurs et géométrie repérée

Coordonnées, colinéarité, droites, produit scalaire, cercle et espace

Vecteurs

2de 1re Tle

- Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ si et seulement si $ABCD$ est un parallélogramme (éventuellement aplati).
- Coordonnées : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ (« arrivée moins départ »).
- Norme : $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$; distance $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$.
- Milieu de $[AB]$: $\left(\dfrac{x_A + x_B}{2} ; \dfrac{y_A + y_B}{2}\right)$.

Exemple : $A(1;2)$ et $B(4;6)$ donnent $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, $AB = 5$ et le milieu $(2{,}5;4)$.

Colinéarité

2de 1re

Déterminant de $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$: $\det(\vec{u},\vec{v}) = xy' - x'y$.

- $\vec{u}$ et $\vec{v}$ colinéaires $\iff \det(\vec{u},\vec{v}) = 0$.
- A, B, C alignés $\iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires.
- $(AB) \parallel (CD) \iff$ $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ colinéaires.

Droites du plan

2de 1re

- Équation cartésienne : $ax + by + c = 0$, de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.
- Équation réduite (droite non verticale) : $y = mx + p$, avec $m = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
- Deux droites sont parallèles si leurs vecteurs directeurs sont colinéaires.
- Intersection : résoudre le système formé par les deux équations.
- Vecteur normal (1re) : $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est orthogonal à la droite $ax + by + c = 0$.

Produit scalaire

1re Tle

Expression	Formule
avec l'angle	$\vec{u}\cdot\vec{v} = \|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\| \times \cos(\vec{u},\vec{v})$
en coordonnées	$\vec{u}\cdot\vec{v} = xx' + yy'$ (et $+zz'$ dans l'espace)
avec les normes	$\vec{u}\cdot\vec{v} = \dfrac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2\right)$
par projection	$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}$, H projeté de C sur (AB)

- $\vec{u}\cdot\vec{u} = \|\vec{u}\|^2$; $\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u}\cdot\vec{v} = 0$.
- Al-Kashi : $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2\,AB \times AC \times \cos\widehat{A}$.

Cercle

1re Tle

- Cercle de centre $\Omega(a;b)$ et de rayon r : $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$.
- Cercle de diamètre $[AB]$: ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} = 0$.
- La tangente en M est perpendiculaire au rayon $[\Omega M]$.

> **Attention :** $(x+3)^2$ correspond à un centre d'abscisse -3 ; le second membre est r^2, pas r.

Géométrie dans l'espace

Tle

- Coordonnées $(x;y;z)$; $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.
- Droite passant par $A(x_A;y_A;z_A)$, de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix}$: $\begin{cases} x = x_A + \alpha t \\ y = y_A + \beta t \\ z = z_A + \gamma t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.
- Plan de vecteur normal $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$: $ax + by + cz + d = 0$.
- Une droite est orthogonale à un plan si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.
- Projeté orthogonal H de M sur un plan : H est dans le plan et $\overrightarrow{MH}$ est colinéaire à $\vec{n}$; MH est la distance de M au plan.